| | |
|---|---|
| العنوان: | نماذج الانحدار الذاتي و المتوسطات المتحركة التكاملية ARIMA و استخداماتها في التنبؤ الاقتصادي |
| المؤلف الرئيسي: | عيسى، وفاء |
| مؤلفين آخرين: | قلندر، حسن(مشرف) |
| التاريخ الميلادي: | 1998 |
| موقع: | حلب |
| الصفحات: | 1 - 130 |
| رقم MD: | 583143 |
| نوع المحتوى: | رسائل جامعية |
| اللغة: | Arabic |
| الدرجة العلمية: | رسالة ماجستير |
| الجامعة: | جامعة حلب |
| الكلية: | كلية الاقتصاد |
| الدولة: | سوريا |
| قواعد المعلومات: | Dissertations |
| مواضيع: | الاقتصاد الرياضي، الاحصاء، التنبؤات الاقتصادية |
| رابط: | http://search.mandumah.com/Record/583143 |

جامعة حلب

كلية الاقتصاد

قسم الإحصاء

# نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية

# ( ARIMA )

# واستخداماتها في التنبؤ الاقتصادي

رسالة قدمت لنيل درجة الماجستير في الإحصاء

إعداد

وفاء عيسى

بإشراف

الدكتور حسن قلندر

1419هـ

1998م

نوقشت هذه الرسالة بتاريخ / / 1998 م

و أجيزت بمعدل / /

بإشراف

الدكتور حسن قلندر

# لجنة المناقشة والحكم

الدكتور إبراهيم العلي رئيساً

الدكتورة أمل كابوس عضواً

الدكتور حسن كَلندر مشرفاً

## شهادة

أشهد أن العمل الموصوف في هذه الرسالة هو نتيجة بحث قامت به الطالبة **وفاء عيسى** تحت إشراف الدكتور **حسن قلندر** .

وأي رجوع إلى بحث أخر في هذا الموضوع موثق بالنص .

**المرشحة :**

**وفاء عيسى**

**المشرف :**

**الدكتور :حسن قلندر**

## تصريح

أصرح أن هذا البحث " نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية (ARIMA) واستخداماتها في التنبؤ الاقتصادي " لم يسبق أن قبل للحصول على أية شهادة و لا هو مقدم حالياً للحصول على شهادة أخرى .

المرشحة

وفاء : عيسى

# الإهداء

إلى من قضيت معهم إشراقة حياتي

**عائلتي**

إلى من تصبح معهم مصاعب الحياة أسهل

**أصدقائي**

إلى كل باحث عن الحقيقة

**الباحثة**

# كلمة الشكر

في نهاية هذا العمل ، لابد من توجيه جزيل الشكر للدكتور **حسن قلندر** على تفضله بالإشراف على هذا البحث ، وإنني على يقين أن التنويه بشكره قاصر عن بيان مدى فضله لإخراج هذا العمل إلى النور .

كما أتقدم بجزيل شكري إلى أساتذتي جميعاً على الآراء و التوجيهات التي كنت أتلقاها منهم و أخص بالشكر الأستاذ الدكتور **أحمد رفيق قاسم** الذي كان له الفضل في تبني هذا البحث و رسم الخطوات الأولى له .

ولا يسعني إلا أن أتقدم بخالص شكري إلى الدكتور **أيمن عشعوش** الذي قدم لي البرمجيات الخاصة بهذا البحث و لم يتوانى عن تقديم أية مساعدة بخصوص ذلك .

و أخيراً ، أتقدم بالشكر إلى أمانة مكتبة الاقتصاد في جامعة حلب و جامعة تشرين و إلى كل من ساهم و ساعد على إتمام هذا العمل و إخراجه بصورته النهائية .

**الباحثة**

## محتويات البحث

# قائمة بالأشكال الإيضاحية

## قائمة بالرموز المستخدمة

| الرموز | الدلالة |
|---|---|
| $y_t$ | المشاهدة في اللحظة t |
| $Z_t$ | انحراف المشاهدة $y_t$ عن متوسطها |
| $\varepsilon_t$ | التغيرات العشوائية في اللحظة t |
| B | مشغل الإزاحة الخلفية |
| F | مشغل الإزاحة الأمامية |
| $\nabla$ | مشغل الفروق |
| $\phi_i$ | معاملات الانحدار الذاتي |
| $\theta_j$ | معاملات المتوسطات المتحركة |
| $\wp_k$ | التباين المشترك لـــ $Z_t$ و $Z_{t-k}$ |
| $\delta_\varepsilon^2$ | تباين التغيرات العشوائية $\varepsilon_t$ |
| $\theta(B)$ | كثير حدود المتوسطات المتحركة |
| $\phi(B)$ | كثير حدود الانحدار الذاتي |
| $\wp_0$ | تباين المشاهدات |
| $\Theta(B^s)$ | كثير حدود المتوسطات المتحركة الموسمية |
| $\Phi(B^s)$ | كثير حدود الانحدار الذاتي الموسمي |
| D | رتبة الفروق الموسمية |
| d | رتبة الفروق المتتالية |
| S | طول الدورة الموسمية |
| $\rho_k$ | معاملات الارتباط الذاتي عند التأخر k |
| $\phi_{kk}$ | معاملات الارتباط الذاتي الجزئي |
| $\rho_i(k)$ | معاملات الارتباط الذاتي العكسي |
| $\nabla(I,j)$ | معين معاملات الارتباط الذاتي |
| $\phi_{kk}^{(j)}$ | معاملات الارتباط الذاتي الجزئي المولد |

# مُقدِّمة

إن التخطيط الجيد يتطلب التنبؤ المستقبلي بالأحداث ، التي يحتمل وقوعها و الاستعداد والتهيؤ لمواجهتها قبل وقوعها ، اعتماداً على ما حدث في الماضي ويحدث في الحاضر ، كما أن اتباع الطرائق السليمة و الصحيحة ، والاعتماد على الأسس العلمية و الطرائق الرياضية والإحصائية ، يوصلنا إلى الهدف المطلوب من عملية التنبؤ .

و تمكننا الدراسة الإحصائية للسلاسل الزمنية ، من تحليل التغيرات التي تطرأ على الظاهرة المدروسة ، و الاستفادة منها في عمل تقديرات لها في الفترات المستقبلية ، حتى يمكن الاستعداد لمواجهتها ، فمثلاً تحديد التغير الموسمي الذي يطرأ على مبيعات إحدى السلع يساعد في تحديد مدى الزيادة التي يجب تحقيقها في المخزون من هذه السلعة قبل حلول الموسم بوقتٍ كافٍ ، و لم تشهد طرائق تحليل السلاسل الزمنية تطوراً ملحوظاً إلا في الفترة الأخيرة ، التي رافقت تطوراً في مجال الحاسوب ، الذي أدى إلى سهولة تنفيذ العمليات الحسابية الطويلة والمعقدة ، والتي لا يمكن تنفيذها يدوياً .

و تعتبر نماذج ARIMA من النماذج المهمة و المفيدة في دراسة الظواهر الاقتصادية في المدى القصير فعند استخدام هذه النماذج لا تحتاج إلا لمعرفة المتغير التابع ، هذه السهولة النظرية قد يرافقها عمليات إحصائية معقدة جداً ، كما تفترض هذه النماذج بشكلٍ ضمني أن علاقات النموذج مع محيطه ثابتة .

و المشكلة الأساسية في دراسة نماذج ARIMA(p,d,q) هي التعرف رتبة تلك النماذج بشكلٍ صحيح ، وبما أن عملية التعرف تعتمد بشكلٍ كبير على الخبرة الشخصية للباحث وعلى أسلوب التجربة والخطأ فلابد من وضع بعض القواعد لتقليل نسبة الخطأ في التعرف على هذه النماذج من جهة ، ولتدعيم الحكم الشخصي عليها من جهة أخرى .

ولذلك تم دراسة عدة طرائق للتعرف على هذه النماذج ، وقسمت هذه الطرائق إلى نوعين :

1- طرائق معتمدة على الارتباطات التسلسلية .

2- المعايير الذاتية .

إن المنهجية التي اعتمدها الباحث هي في وقت واحد وصفية و تحليلية ، حيث عرضنا أولاً دراسة تحليلية لنماذج ARIMA الساكنة وغير الساكنة ، الموسمية وغير الموسمية ، من خلال استعراض بعض خصائصها ، ثم قدمنا طرائق التعرف عليها بناءً على أسلوب Box -Jenkins و كذلك اعتماداً على بعض الطرائق المتطورة ، وبينا الصعوبات المحتملة في مجال التعرف على رتبة نماذج ARIMA ، وكيفية التغلب على هذه الصعوبات ، وذلك بالاعتماد أولاً على أكثر من طريقة للتعرف على نماذج ARIMA ، وثانياً بالاستفادة من الفحوص التشخيصية – إن أظهرت عدم ملاءمة النموذج – من خلال المعلومات التي تمدنا بها الفحوص التشخيصية حول النموذج الملائم و،كما تم تقديم طريقة للتعرف على نماذج ARIMA المختلطة بالاعتماد على المعيار AIC .

وكان هناك جملة من الأسباب دفعت الباحث إلى القيام بهذا البحث نوجزها فيما يلي :

1- أهمية تحليل السلاسل الزمنية في التنبؤ و بالتالي بالتخطيط الاقتصادي بشكلٍ عام ، و بإدارة المنشآت بشكلٍ خاص .

2- قدرة نماذج ARIMA على إعطاء تنبؤ جيد اعتمادا على قيمة المتغير التابع فقط .

3- الأمل في أن يساهم هذا البحث في حل بعض مشكلات التنبؤ ، وفي أن يكون أداة مفيدة لتعلم منهجية البحث .

4- شح الأدبيات و الدراسات العربية حول نماذج ARIMA و التطورات الحاصلة على طرائق التعرف عليها .

يتألف الجهد العلمي الذي قام به الباحث من مقدمة عامة ، وأربعة فصول و نتائج وتوصيات . وسوف نقدم في الفصل الأول دراسة تحليلية لنماذج ARIMA ، و طرائق التعرف عليها اعتمادا على أسلوب Box - Jenkins ، و الصعوبات التي تواجه الباحث في التعرف على تلك النماذج ، اعتمادا على تابعي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي ، اللذين يعتبران أداتين أساسيتين في التعرف على نماذج ARIMA حسب أسلوب Box - Jenkins .

وأما الفصل الثاني فسوف يكرس لعرض بعض الطرائق المتطورة في التعرف على نماذج ARIMA ، وقد قسمت إلى قسمين ، ضم القسم الأول التوابع المعتمدة على الارتباطات التسلسلية ، و القسم الثاني فقد ضم المعايير الذاتية ، ولأن هذه الطرائق لم تقدم إجابة محددة للتعرف على نماذج ARIMA ، فلا بد من استخدام أكثر من طريقة من طرائق التعرف ، ليمكننا التعرف على أحد نماذج ARIMA بشكلٍ أكثر وضوحاً .

أما الفصل الثالث ، فسوف يتضمن تقدير المعالم ، والفحوص التشخيصية ، واستخدام تلك الفحوص لتحديد مدى ملاءمة النموذج ، ومن ثم يتم الانتقال إلى مرحلة التنبؤ .

و أخيراً فقد خصص الفصل الرابع لدراسة مبيعات مؤسسة سندس فرع حلب ، حيث سيتم دراسة سلسلة زمنية لمبيعات سندس للمستهلك ، والتي تضم (92) مشاهدة ابتداءً من كانون الثاني (1990) إلى تشرين الأول (1997) ، ويضم فرع حلب كلاً من محافظة الرقة - محافظة دير الزور - محافظة الحسكة وفي عام 1989 تم ضم محافظة إدلب والمناطق التابعة لها لهذا الفرع ، لذلك اعتبر كانون الثاني عام 1990 بداية للسلسلة المدروسة ، كما تم استبعاد قيم المبيعات في كلاٍ من تشرين الثاني و كانون الأول من عام 1997 لأنه في هذين الشهرين تم فتح المجال أمام المستهلك لبيع مادة السجاد الصوفي بالتقسيط مما أدى إلى ارتفاع قيم المبيعات في هذين الشهرين بشكلٍ مفاجئ و كبير .

و تقسم المبيعات في مؤسسة سندس إلى مبيعات نصف جملة و مبيعات المستهلك و تم اختيار سلسلة مبيعات المستهلك لأنه يبرز فيها الأثر الموسمي بشكلٍ أوضح من سلسلة مبيعات نصف الجملة ، أو من سلسلة المبيعات الإجمالية ، وذلك بسبب زيادة الطلب على السجاد الصوفي الذي يعتبر السلعة الأساسية والأكثر تأثيراً على قيم مبيعات سندس للمستهلك خلال فصل الشتاء ، وسيتم استخدام سلسلة قيم المبيعات لبناء نموذج للتنبؤ بقيم مبيعات المستهلك خلال عام 1998 ، وقد انتهت الأطروحة بتقديم مجموعة من النتائج والتوصيات .

# الفصل الأول

## نماذج ARIMA وطرائق التعرف عليها
## حسب أسلوب Box - Jenkins

المبحث الأول – دراسة تحليلية لنماذج ARIMA

المبحث الثاني – التعرف

# الفصل الأول

## نماذج ARIMA وطرائق التعرف عليها
## حسب أسلوب BOX - JENKINS

نهتم في هذا الفصل في نمذجة السلاسل الزمنية كسياقات عشوائية ، حيث تعتبر كل مشاهدة من مشاهدات السلسلة الزمنية متغيراً عشوائياً في سياق عشوائي ، وتتولد المشاهدات عبر الزمن طبقاً لقوانين احتمالية معينة ، أما النموذج فهو الآلية التي تولد المشاهدات . فمثلاً سياق المتوسطات المتحركة من الرتبة الأولى [1] :

$$y_t = \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1} \qquad (1\text{-}1)$$

حيث : $\varepsilon_t$ متغيرات عشوائية مستقلة قيمتها المتوقعة صفر وتباينها ثابت .

$\theta$ معلمة النموذج .

فبسحب مجموعة قيم $\varepsilon_0 , \varepsilon_1 , \varepsilon_2 \ldots , \varepsilon_t$ ينتج لدينا مجموعة مختلفة من المشاهدات ، والنموذج (1-1) يعتبر نموذجاً مولداً لمجموعة غير منتهية من العلاقات عبر الفترة الزمنية $t=1,2\ldots$

وتكون القيمة المتوقعة لسياق المتوسطات المتحركة من الرتبة الأولى عند اللحظة الزمنية t هي :

$$\mu_t = E(y_t) \quad ; t = 1,2\cdots N$$

أي أن $\mu_t$ القيمة المتوقعة لـ $y_t$ المأخوذة عبر كل العلاقات الممكنة .

---

[1]- Harvy , 1985 , Time Series Models , BPCC Wheaton . Ltd . Exeter , PP 22-23 .

فعندما يكون لدينا عدة قيم متاحة للسلسلة فإنه يمكننا تقدير القيمة المتوقعة للسلسلة عند الزمن t بشكل دقيق بواسطة العلاقة :

$$\hat{\mu}_t = \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} y_{Jt} \qquad (1\text{-}2)$$

حيث أن : j =1,2. . . J عدد قيم السلسلة .

t=1,2. . . N عدد المشاهدات في كل قيمة من قيم السلسلة ، أي تشير t إلى عدد الفترات الزمنية لكل قيمة من هذه القيم .

كما يعرف تباين السلسلة عند اللحظة الزمنية t بالعلاقة التالية :

$$\operatorname{var}(y_t) = E\left[(y_t - \mu_t)^2\right] \qquad (1\text{-}3)$$

أما التباين المشترك لـ $y_t$ و $y_{t-k}$ فيعطى بالعلاقة التالية :

$$\wp(k) = \operatorname{cov}(y_t, y_{t-k}) = E\left[(y_t - \mu_t)(y_{t-k} - \mu_{t-k})\right] \qquad (1\text{-}4)$$

لكن في أغلب الحالات وخاصة الاقتصادية منها ، نحصل على قيمة واحدة فقط للسلسلة حيث أننا لا نستطيع إيقاف حركة الاقتصاد عند نقطة زمنية والعودة إلى الوراء عند أية نقطة زمنية أخرى ، ثم البدء بالعملية الاقتصادية من جديد للحصول على قيمة أخرى للسلسلة ، ومن جهة أخرى ، لا نستطيع تقدير القيمة المتوقعة عند الفترة الزمنية t اعتمادا على قيمة واحدة فقط للسلسلة . وهكذا نرى عند تقدير القيمة المتوقعة ، والتباين ، ومعاملات الارتباط الذاتي للسلسلة اعتمادا على قيمة واحدة فقط لتلك السلسلة ، فلابد من وضع قيود على كيفية تولد البيانات ، وهذا يقودنا إلى مفهوم الاستقرار .

### – مفهوم الاستقرار Stationarity [1]

عندما تكون هناك قيمة واحدة فقط متاحة لمشاهدات سلسلة ونريد حساب القيمة المتوقعة لمشاهدات هذه السلسلة عبر الزمن ، يمكننا ذلك فقط إذا كانت المقادير المعطاة بالعلاقات (1-2),(1-3), (1-4) من أجل كل قيمة لـ t ; t=1,2 . . .N

---

[1] A . C Harvy , 1985 , Time Series Models BPCC Wheaton . Ltd . Exeter, P 22-23
-Box - Jenkins ,1976, Time Series Analysis Forecasting And Control , Holden-Day , P 26-27

محققة لشروط الاستقرار التالية :

$$\left.\begin{aligned} &E(y_t)=\mu \\ &E\left[(y_t-\mu)^2\right]=\wp(0) \\ &E\left[(y_t-\mu)(y_{t-k}-\mu)\right]=\wp(k);k=1,2,3,\cdots \end{aligned}\right\} \quad (1\text{-}5)$$

وتقدّر $\hat{\wp}(k),\hat{\wp}(0),\hat{\mu}$ من سلاسل مفردة بالشكل التالي :

$$\left.\begin{aligned} &\hat{\mu}=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}y_t=\bar{y} \\ &\hat{\wp}(0)=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(y_t-\bar{y})^2 \\ &\hat{\wp}(k)=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(y_t-\bar{y})(y_{t-k}-\bar{y}) \quad ;k=1,2,3,\cdots \end{aligned}\right\} \quad (1\text{-}6)$$

حيث أن N عدد المشاهدات ، k الانزياح .

سنقدم بعض المفاهيم التي تساعدنا في تبسيط كتابة نماذج ARIMA ، ولنبدأ بمشغل الفروق .

**– مشغّل الفروق Difference Operator** [1] :

إذا كانت $Z_t$ تمثل مشاهدات سلسلة ما فيمكننا كتابة الفروق من المرتبة الأولى بالشكل التالي :

$$\nabla Z_t = Z_t - Z_{t-1} \quad (1\text{-}7)$$

حيث أن : $\nabla$ مشغل الفروق .

أما الفروق المتتالية من المرتبة الثانية فتكتب بالشكل التالي :

$$\begin{aligned} \nabla^2 Z_t &= \nabla(\nabla Z_t) \\ &= \nabla(Z_t - Z_{t-1}) \\ &= (Z_t - Z_{t-1}) - (Z_{t-1} - Z_{t-2}) \\ &= Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2} \end{aligned} \quad (1\text{-}8)$$

وبشكل عام يستخدم الرمز $\nabla^d Z_t$ للإشارة إلى الفروق المتتالية من المرتبة d .

---

[1]-Harvey , 1985 , "Time Series Models" , bpcc ,wheaton , pp 26-27

كما يمكن استخدام الرمز $\nabla$ للتعبير عن الفروق الموسمية الأولى لدورة موسمية طولها S من الفترات الزمنية كمايلي :

$$\nabla_s Z_t = Z_t - Z_{t-s} \qquad (1\text{-}9)$$

وترمز S إلى طول الدورة الموسمية ، فتكون S=12 في البيانات الشهرية ، و S=4 في البيانات الفصلية .

أما الفروق الموسمية من المرتبة الثانية لدورة موسمية طولها S فتعطى بالشكل التالي :

$$\begin{aligned} \nabla_S^2 Z_t &= \nabla_S (Z_t - Z_{t-S}) \\ &= (Z_t - Z_{t-S}) - (Z_{t-S} - Z_{t-2S}) \\ &= Z_t - 2Z_{t-S} + Z_{t-2S} \end{aligned} \qquad (1\text{-}10)$$

وفي بعض الأحيان قد نحتاج لأخذ فروق متتالية ، و فروق موسمية لبيانات السلسلة المدروسة فمثلاً الفروق الموسمية الأولى لدورة موسمية طولها S ، والفروق المتتالية لنفس البيانات تعطى بالشكل التالي :

$$\begin{aligned} \nabla_S \nabla Z_t &= \nabla_S (Z_t - Z_{t-1}) \\ &= (Z_t - Z_{t-1}) - (Z_{t-S} - Z_{t-S-1}) \\ &= (Z_t - Z_{t-S}) - (Z_{t-1} - Z_{t-S-1}) \\ &= \nabla \nabla_S Z_t \end{aligned}$$

وبشكلٍ عام تتحقق دائماً العلاقة التالية:

$$\nabla_S^D \nabla^d Z_t = \nabla^d \nabla_S^D Z_t \qquad (1\text{-}11)$$

حيث أنّ : d مرتبة الفروق المتتالية .

D مرتبة الفروق الموسمية .

S طول الدورة الموسمية .

أي أنه في حال أخذ فروق متتالية وفروق موسمية لبيانات سلسلة ما ، يمكن أخذ الفروق المتتالية أولاً ثمّ الفروق الموسمية وبالعكس .

كذلك فإنه يعتبر كلاً من مشغل الإزاحة الأمامية و مشغل الإزاحة الخلفية من المفاهيم المهمة في التعبير عن نماذج ARIMA بشكلٍ مختصر .

**– مشغّل الإزاحة الأماميّة و مشغّل الإزاحة الخلفيّة [1] :**

**Backward and Forward Shift Operator**

يعرف مشغّل الإزاحة الخلفية B من المرتبة الأولى بالشكل التالي :

$$BZ_t = Z_{t-1} \tag{1-12}$$

وبالتالي فإن مشغل الإزاحة الخلفية من المرتبة الثانية يعطى بالعلاقة التالية :

$$B^2Z_t = B(BZ_t) = BZ_{t-1} = Z_{t-2} \tag{1-13}$$

وبشكلٍ عام يعرف مشغّل الإزاحة الخلفية من المرتبة k بالشكل التالي :

$$B^kZ_t = Z_{t-k} \tag{1-14}$$

ومن جهة أخرى ، يمكن كتابة مشغل الفروق المتتالية من المرتبة الأولى بدلالة مشغل الإزاحة الخلفية بالشكل التالي :

$$\nabla Z_t = (1-B)Z_t \tag{1-15}$$

أي أن :

$$\nabla = 1 - B \tag{1-16}$$

وتكتب الفروق المتتالية من المرتبة الثانية بدلالة مشغل الإزاحة الخلفية بالشكل التالي :

$$\begin{aligned} \nabla^2 Z_t &= (1-B)^2 Z_t = (1-2B+B^2)Z_t \\ &= Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2} \end{aligned} \tag{1-17}$$

أما مشغل الإزاحة الأمامية من المرتبة الأولى ، فيعرف بالشكل التالي :

$$FZ_t = Z_{t+1} \tag{1-18}$$

وبالتالي فإن مشغل الإزاحة الأمامية من المرتبة k ، فيعرف بالشكل التالي:

$$F^mZ_t = Z_{t+m} \tag{1-19}$$

---

[1] – عبد المرضي حامد عزام ، 1992، السلاسل الزمنية من الوجهة التطبيقية و نماذج بوكس – جينكينز ، دار المريخ ، الرياض ،المملكة العربية السعودية ، ص 91-92 .

## المبحث الأول –دراسة تحليلية لنماذج ARIMA :

سنقدم في هذا المبحث نماذج الانحدار الذاتي ARMA(p,0) التي تعتبر حالة خاصة من نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة ARMA(p,q)، و كذلك تعتبر نماذج المتوسطات المتحركة ARMA(o,q) حالة خاصة من نماذج ARMA(p,q) كما سنقدم نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة . وتساعدنا هذه النماذج على بناء نماذج للعديد من السلاسل الزمنية المستقرة ، ولكن يواجه الباحثون في التطبيقات العملية ، العديد من السلاسل الزمنية غير المستقرة ، التي يجب عليهم التنبؤ بها ، في هذه الحالة يمكن استخدام نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية ARIMA ، ونختتم المبحث بالنماذج الموسمية المستقرة و غير المستقرة .

### 1- نماذج الانحدار الذاتي Autoregessive model (AR) [1] [2] :

يمكن أن تكون نماذج الانحدار الذاتي مفيدة جداً في تمثيل السلاسل الزمنية ، حيث يعبر في نماذج الانحدار الذاتي عن المشاهدة الحالية في اللحظة t كمجموع خطي منتهٍ للمشاهدات السابقة ، بالإضافة إلى التغيرات العشوائية $\varepsilon_t$ في اللحظة t ، ويعبر عن نموذج الانحدار الذاتي من المرتبة p بالعلاقة التالية :

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + \sigma + \varepsilon_t \qquad (1\text{-}20)$$

حيث أن : $\delta = (1 - \phi_1 - \phi_2 - \cdots - \phi_p)\mu$

كما يمكن أن تُكتب المعادلة (1-20) بالشكل :

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \cdots + \phi_p Z_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (1\text{-}21)$$

حيث $Z_t = y_t - \mu$ أي أنّ $Z_t$ انحراف المشاهدات $y_t$ عن متوسطها .

ويمكن كتابة المعادلة (1-21)بشكل مختصر ، باستخدام مشغّل الإزاحة الخلفية B الشكل التالي :

$$\phi(B) Z_t = \varepsilon_t$$

حيث أن : $\phi(B)$ كثير حدود الانحدار الذاتي $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p$

(1)- Rebert s.Pindyck & Daniel L.Rubinfend , 1991,"Econometric Models & Economic Forecasts " ,Singapore , p .478-479 .

(2) -Harvey , 1990, " The Econometric Analysis of Time Series , BPCC, Wheaton . Ltd.Exeter . p .11-13 .

يحتوي النموذج (1-21) على p+2 مؤشر غير معلوم وهي : $\delta_\varepsilon^2, \phi_1, \phi_2, \cdots, \phi_p, \mu$ التي نبغي تقديرها من البيانات .

حيث $\delta_\varepsilon^2$ تباين المتغيرات العشوائية $(\varepsilon_t)$ ،$\mu$ متوسط المشاهدات $y_t$ .

لنوجد التباين المشترك لـ $Z_t, Z_{t-k}$

$$\operatorname{cov}(Z_t, Z_{t-k}) = \wp_k = E([Z_{t-k})(Z_t)] = E[Z_{t-k}(\phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \cdots + \phi_p Z_{t-p} + \varepsilon_t) \quad ] \qquad (1\text{-}22)$$

ومن أجل k=0,1,2, . . . ,p نحصل على جملة المعادلات :

$$\left.\begin{array}{l} \wp_0 = \phi_1 \wp_1 + \phi_2 \wp_2 + \cdots + \phi_p \wp_p + \delta_\varepsilon^2 \\ \wp_1 = \phi_1 \wp_0 + \phi_2 \wp_1 + \cdots + \phi_p \wp_{p-1} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \wp_p = \phi_1 \wp_{p-1} + \phi_2 \wp_{p-2} + \cdots + \phi_p \wp_0 \\ \wp_k = \phi_1 \wp_{k-1} + \phi_2 \wp_{k-2} + \cdots + \phi_p \wp_{k-p}; k > p \end{array}\right\} \qquad (1\text{-}23)$$

## 2- نماذج المتوسطات المتحركة Moving average model ( MA) :[1]

هناك نوع آخر من النماذج العشوائية مهم ، و عملي جداً في تمثيل السلاسل الزمنية يدعى نماذج المتوسطات المتحركة .

يعبر في نموذج المتوسطات المتحركة من المرتبة q ، عن المشاهدة الحالية كتركيب خطي للتغيرات العشوائية السابقة $\varepsilon_{t-q}$ ، إضافة إلى التغيرات العشوائية في اللحظة t.

$$Z_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \qquad (1\text{-}24)$$

و بما أن العلاقة (1-24) تحتوي على q متغيراً عشوائياً سابقاً أي أن تأثير التغيرات العشوائية $\varepsilon_t$ في المشاهدة $Z_t$ سيستمر لعدد q من الفتـــرات السابقة فقـــط ، ويحتـــوي النمـــوذج (1-24) علـــى q+2 مـــؤشراً غير معلوم $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q, \delta_\varepsilon^2, \mu$ التي ينبغي تقديرها من البيانات .

كما يمكن كتابة العلاقة (1-24)باستخدام مشغّل الإزاحة الخلفية B كما يلي :

$$Z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q)\varepsilon_t \qquad (1\text{-}25)$$

أو بشكل مختصر :

$$Z_t = \theta(B)\varepsilon_t \qquad (1\text{-}26)$$

---

(1)- Rebert S.Pindyck & Daniel L.Rubinfend , 1991,Econometric Models & Economic Forecasts , Singapore , p.473-483 .

إن تباين $Z_t$ عندما تكون مولدة بوساطة نموذج متوسطات متحركة من المرتبة qيعطى بالعلاقة التالية :

$$\text{var}(Z_t) = \wp_0 = \delta_\varepsilon^2(1+\theta_1^2+\theta_2^2+\cdots+\theta_q^2)$$

كما أن التباين المشترك لـــ $Z_t$ و $Z_{t-k}$ يعطى بالعلاقة التالية :

$$\wp_k = \delta_\varepsilon^2(-\theta_k+\theta_1\theta_{k+1}+\cdots+\theta_{q-k}\theta_q) \quad ; \quad k=1,2,\cdots,q \qquad (1\text{-}27)$$

إن أبسط نموذج من نماذج المتوسطات المتحركة ، هو نموذج المتوسطات المتحركة مـــن المرتبـــة الأولى(1)MA ، والذي يعطى بالعلاقة التالية :

$$Z_t = \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} \qquad (1\text{-}28)$$

تأتي أهمية هذا النموذج من كونه ، يوجد تكافؤ بينه وبين نموذج انحدار ذاتي بعدد لا نهائي مـــن المعالم ، و لبيان ذلك يمكننا حساب $\varepsilon_t$ من النموذج (1-28) بالشكل التالي : [1]

$$\varepsilon_t = Z_t + \varepsilon_{t-1}$$

كما يمكننا التعبير عن $\varepsilon_{t-1}$ بالشكل:

$$\varepsilon_{t-1} = Z_{t-1} + \theta_1\varepsilon_{t-2}$$

وبتعويض $\varepsilon_{t-1}$ في (1-28)نجد :

$$Z_t = -\theta_1 Z_{t-1} - \theta_1^2\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$$

وبالاستمرار في التعبير عن $Z_{t-2}$ ، $\varepsilon_{t-3}$ ، . . . يمكننا التعبير عن النموذج MA(1) بالشكل التالي :

$$Z_t = \theta_1 Z_{t-2} - \theta_1^2 Z_{t-2} + \cdots + \varepsilon_t \qquad (1\text{-}29)$$

وتدعى المعادلة (1-29)بالصيغة المعكوسة لنموذج المتوسطات المتحركة ، حيث تتضمن المعادلة عدداً لانهائياً من حدود الانحدار الذاتي ، و لا تتضمن أي تغير عشوائي سابق .

ولكي يتناقص تأثير المشاهدات السابقة ، كلما عدنا إلى الوراء عبر الزمن ، ينبغـــي أن تكـــون $|\theta_1| < 1$ ، ويدعى هذا الشرط بشرط الانعكاس .

(1) - Andrew.c -Harvey , 1989, "Forecasting , Structural Time Series Models and The Kalman Filter , Cambridge Unversity , p 65 .

### 3- نماذج المتوسطات المتحركة والانحدار الذاتي المختلطة :[1]

**Mixed Autoregessive Moving Average Model ARMA(p,q)**

تكون نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلطة ، أحياناً أكثر ملاءمة لتمثيل السلاسل الزمنية ، حيث تتضمن هذه النماذج ، كلاً من الانحدار الذاتي و المتوسطات المتحركة و يعبر عن هذه النماذج بالشكل التالي :

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \cdots + \phi_p Z_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \cdots \quad - \theta_q \varepsilon_{t-q} \qquad (1\text{-}30)$$

أو بشكلٍ مختصر باستخدام مشغل الإزاحة الخلفية:

$$\phi(B) Z_t = \theta(B) \varepsilon_t$$

حيث يحتوي النموذج (1-30) على p+q+2 ، مؤشراً غير معلوم $\mu$ $\delta_\varepsilon^2$ $\phi_1, \phi_2, \cdots, \phi_p, \theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_q$ ، التي ينبغي تقديرها من المعطيات .

أما تباين $Z_t$ فيعطى بالعلاقة التالية :

$$\wp_0 = \frac{\delta_\varepsilon^2 (1 + \theta_1^2 + \cdots + \theta_q^2 - 2\phi_1\theta_1 - \cdots - 2\phi_p\theta_q)}{1 - \phi_1^2 - \phi_2^2 - \cdots - \phi_q^2} \qquad (1\text{-}31)$$

وبشكل عام ، فإن التباين المشترك لـ $Z_t$ و $Z_{t-k}$ يعطى بالعلاقة التالية:

$$\wp_k = \phi_1 \wp_{k-1} + \phi_2 \wp_{k-2} + \cdots + \phi_p \wp_{k-p} \qquad (1\text{-}32)$$

ويكتب النموذج ARMA(1,1) بالشكل التالي :

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1} \qquad (1\text{-}33)$$

إنّ استخدام نماذج الانحدار الذاتي و المتوسطات المتحركة المختلطة ، يؤدي إلى تخفيض كبير في عدد المعالم . حيث أنه يوجد تكافؤ بين ARMA (1,1) ، وبين نموذج متوسطات متحركة بعدد لا نهائي من المعالم MA(∞) ، وكذلك يوجد تكافؤ بين ARMA(1,1) وبين نموذج انحدار ذاتي بعدد لا نهائي من المعالم AR(∞) .

أي أن تمثيل عملية السلسلة الزمنية في صيغة انحدار ذاتي أو في صيغة متوسطات متحركة ، تتمثل في عدد كبير جداً من المعالم الواجب تقديرها . وفي عدم استغلال البيانات بكفاءة .

(2) - Box - Jenkins , 1976 , Time Series Analysis Forecasting and Control , Holden - Day , p 66-70 .